

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Valor do Dinheiro em relação ao tempo

Quando tratamos de dinheiro e temporalidade, alguns elementos básicos devem ser levados em consideração, tais como:

Inflação → Os preços não são os mesmos sempre;

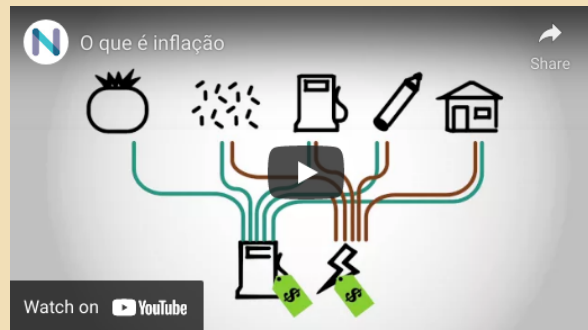
Risco → Investimentos envolvem risco que geram perda ou ganho de dinheiro;

Incerteza → Não há como saber que tipo de investimento é mais rentável sem estudo prévio;

Utilidade → Se não é útil, deve ser adquirido?

Oportunidade → Sem dinheiro as oportunidades dizem adeus.

Mas há outros termos que derivam destes e que são igualmente necessários para nosso aprendizado em matemática financeira:



<https://www.youtube.com/watch?v=ZZEFReskU0Y>

Você sabia que também existe **deflação**? E **desinflação**, você conhece? Não? Então pesquise e conceitue, pois estes são conceitos muito presentes em nossa vida, mas que pouco refletimos sobre o que eles causam e como podemos, através da educação financeira, cuidar melhor dos recursos.



A Matemática Financeira possui diversas aplicações no atual sistema econômico. A palavra finanças remete especificamente àquelas relações da matemática com o dinheiro, tal e qual o concebemos nas diversas fases da história da humanidade.

É a sua vez de pesquisar: Converse com seus familiares e pesquise em diversos sites sobre a variação de preços dos alimentos, luz e vestuário. Expresse sua opinião sobre essas variações.

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Conceitos Fundamentais

1. **Capital:** É a quantia em dinheiro na “data zero”, ou seja, no início da aplicação. Pode ser o dinheiro investido em uma atividade econômica, o valor financiado de um bem ou de um empréstimo tomado. É também chamado de valor presente, valor inicial, valor principal, entre outros.

Notação: C

2. **Juros:** É a remuneração obtida pelo uso do capital por um intervalo de tempo, isto é, é o custo do crédito obtido. Pode ser entendido também como sendo o aluguel pelo uso do dinheiro.

Notação: J

3. **Prazo:** É o período ao fim do qual os juros são calculados. É também chamado de período de capitalização. Os mais usados são: dia, mês, bimestre, trimestre, semestre e ano.

Notação: n

4. **Taxa de Juros:** É o coeficiente resultante da razão entre o juro e o capital. A cada taxa deverá vir anexado o período a que ela se refere. Assim, as taxas devem estar de acordo com o prazo. Podem ser apresentadas de duas formas: Unitária e Percentual. Notação: i

Simbolicamente temos:  $i = \frac{J}{C}$

Conheça agora algumas fórmulas e suas aplicações básicas:



<https://www.youtube.com/watch?v=5cnSNdurq-Y>

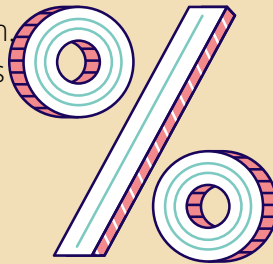
## Vamos praticar:

<https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-matematica-financeira.htm>

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Aplicação de Porcentagem em Matemática Financeira

Vários assuntos ligados à Matemática financeira requerem o uso de porcentagem. Por exemplo: cálculo de juros em compras financiadas, financiamentos de carros, casas, apartamentos, empréstimos bancários entre outras situações, que envolvem taxas, rendas, descontos e projeções financeiras.



Veja alguns exemplos: Uma calça custa R\$ 82,00. O desconto para pagamento à vista é no dinheiro, de 15%. Qual é o preço da calça dentro dessa condição?



Cálculo:

$$\begin{aligned} 15\% &= 15/100 = 0,15 \\ 15\% \text{ de } 82 & \\ 0,15 \times 82 &= 12,3 \\ 82 - 12,3 &= 69,7 \end{aligned}$$

Resposta:

O preço da calça para pagamento à vista e no dinheiro é de R\$ 69,70.

Caso você tenha dúvidas sobre como responder questões sobre juros simples e/ou compostos, segue um vídeo com doze questões resolvidas para reforçar seu conhecimento:



[https://www.youtube.com/watch?v=3kFtoztAQ0g&list=PLrslFgzRDDJFHF\\_97CQVtBKLt2M6r3lE&index=4](https://www.youtube.com/watch?v=3kFtoztAQ0g&list=PLrslFgzRDDJFHF_97CQVtBKLt2M6r3lE&index=4)



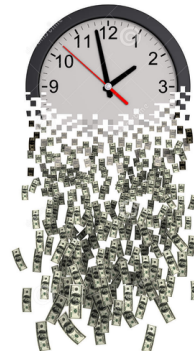
Agora vamos praticar! Acesse o site a seguir, e faça os 12 itens sugeridos sobre juros simples. Depois, veja as respostas comentadas e faça sua autoavaliação.

<https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-juros-simples.htm>

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Juros

O conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de uma afinidade entre o dinheiro e o tempo. As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros devido ao valor momentâneo do dinheiro (cada dia as diferentes moedas tinham e continuam tendo um valor).



Atualmente, os juros sofrem alterações de base por conta das políticas monetárias, do banco central, ou seja, a oscilação do juro depende, não apenas da vontade política/econômica do Ministro da Fazenda e das decisões do COPOM (Comitê de Política Monetária do Banco Central), mas também das políticas econômicas nacionais e Internacionais de diferentes gestões, do período de crises financeiras, da alta e baixa da taxa de desemprego, da instalação de indústrias e de índices de desenvolvimento humano (IDH).



<https://www.youtube.com/watch?v=YExQ10soijg&list=PLvLkxtdUefNxaws4oeNfVDnauaJU2h1>



Agora que você assistiu à videoaula acima, sobre juros simples e compostos, vamos praticar. Acesse o link a seguir, aprofunde seus conhecimentos e resolva as atividades propostas no final da página:

<https://beduka.com/blog/exercicios/matematica-exercicios/exercicios-de-juros-simples-e-composto/>

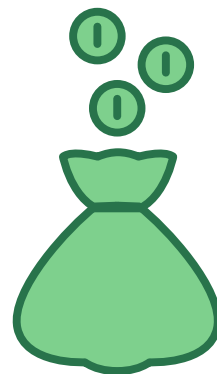
# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Indicadores Socioeconômicos



O **IDH** é efetuado considerando: renda, educação e saúde. Assim, quanto mais esses três aspectos apresentarem melhorias, melhor será o IDH da localidade em questão. Esse indicador foi criado pelo paquistanês Mahbub Ul Haq e pelo indiano Amartya Sen. Sua primeira aplicação foi em 1990.

O **PIB** representa todas as riquezas produzidas dentro das fronteiras de uma região, independentemente do destino dessa renda. Já o **PNB** considera todos os valores que um país, por exemplo, recebe do exterior, além das riquezas que foram apropriadas por outras economias, ou seja, os valores que saem.

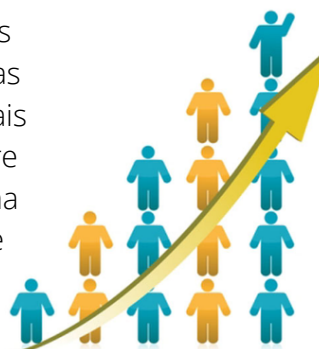


Vamos conhecer estes e outros indicadores no vídeo a seguir:



<https://www.youtube.com/watch?v=iAh2XDEsTYA>

Você já percebeu que esses indicadores servem de "termômetro" para as políticas públicas e sinalizam onde deve haver mais investimentos. Para aprender mais sobre isso, orientada/o pelo seu prof., faça uma pesquisa sobre esses índices a nível de Brasil, ou Estados e/ou Regiões. O que percebemos ao comparar os dados?



# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Empréstimos

Atualmente se utiliza o financiamento para as mais diversas situações do universo capitalista, porque o “ter” é a engrenagem da máquina financeira mundial. A compra da casa própria, do carro, da moto, realizações pessoais (empréstimos/financiamentos), compras a crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsa de valores, entre outras situações financeiras dependem do quanto se ganha e de quanto está disposto a arriscar em financiamentos a curto, médio e longo prazo.

**Para diferenciar Financiamento e Empréstimo, veja o vídeo a seguir e faça suas anotações!**



<https://www.youtube.com/watch?v=d2xD1L4OWWk>

E os cartões de crédito? Como funcionam?



O cartão de crédito é um meio de pagamento com um limite de crédito predefinido, que permite ao consumidor comprar bens e/ou serviços nos estabelecimentos que aceitam cartão. O consumidor só paga por esses valores no dia do vencimento da fatura do cartão.

Pesquise qual a porcentagem dos juros cobrados, em média, ao ano, pelas operadoras dos cartões de crédito. O que você acha dessa porcentagem de juros cobrados? Além dos juros, quais as outras taxas cobradas pelos cartões?

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Calendários



Como você já percebeu, a matemática financeira está organizada levando em conta o tempo. Com o objetivo de simplificar o cálculo com datas, existem várias formas de calendários e organização de datas, como semestres, quadrimestres, trimestres, bimestres, 12 meses, 52 semanas e 26 quinzenas. Vamos conhecer os calendários usados como: Civil, Comercial, de Dias úteis e de Operações.

Calendário Civil: O ano tem 365 dias e cada mês tem o número exato de dias.

Calendário Comercial: O ano tem 360 dias e cada mês tem 30 dias.

Calendário de Dias Úteis: Retira-se do período os sábados, domingos e feriados. Nesse tipo de calendário, usa-se a Agenda Redoma, que facilita a contagem dos dias úteis num período.

Calendário de Operações: O dia pode ter até 36h.



### ATENÇÃO!

Utiliza-se o Calendário Civil quando o prazo é dado em datas. Nesse caso, contam-se os dias corridos acrescentando uma das extremidades.



<https://www.youtube.com/watch?v=VxCe6ZTAmPQ>

**Vamos praticar? Acesse:**

[http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?  
a=Matem%C3%A1tica%20Financeira](http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Matem%C3%A1tica%20Financeira)

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

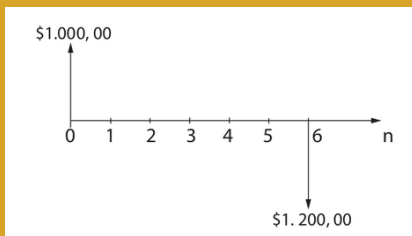
## Fluxo de Caixa



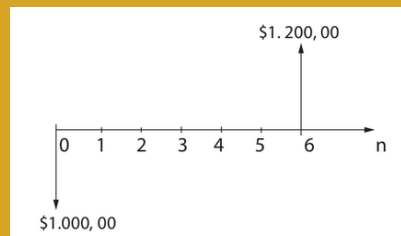
O Fluxo de Caixa é um registro de uma sequência de movimentações financeiras ao longo do tempo. É representado por um eixo horizontal no qual marcamos o tempo, seja em ano, semestre, trimestre, bimestre, mês ou dia. As entradas de recursos são representadas por setas orientadas para cima, perpendiculares ao eixo horizontal. Já as saídas de recursos são representadas da mesma forma, porém as setas serão colocadas para baixo.

Exemplo: Suponha que uma pessoa fez um empréstimo em um banco de \$1.000,00, pagando, no final do período de 6 meses, \$1.200,00.

Do ponto de vista do receptor do empréstimo, teremos o seguinte fluxo de caixa:



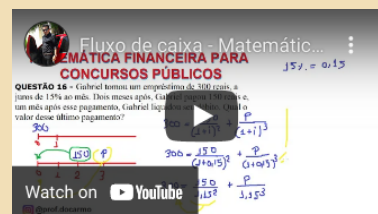
Do ponto de vista do banco, obtemos o seguinte fluxo de caixa:



Veja como funciona o fluxo de caixa e uma atividade resolvida sobre o assunto para fixar esse conhecimento.



<https://www.youtube.com/watch?v=4eeTihGb4Hs>



<https://www.youtube.com/watch?v=g518v0sDf6U>

**Agora é sua vez de praticar! Acesse:**

<https://www.questoesestrategicas.com.br/questoes/busca/assunto/fluxo-de-caixa>

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Regimes de Capitalização

Considere um capital que é aplicado a uma determinada taxa por período ou por vários períodos. Quando queremos calcular qual é o valor de um montante, estamos querendo saber o resultado da capitalização do valor atual. O montante pode ser calculado de acordo com os seguintes critérios:

1. Regime de Capitalização Simples;
2. Regime de Capitalização Composta;
3. Regime de Capitalização Mista.



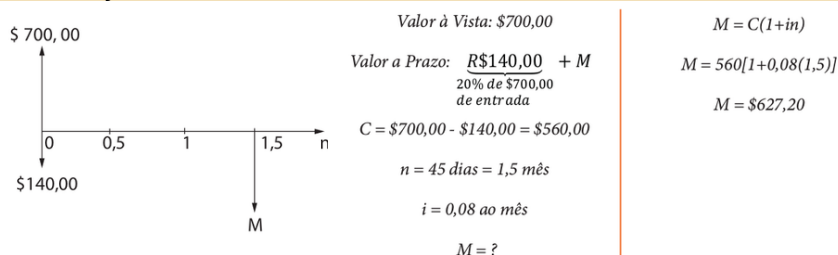
Para diferenciar esses regimes de capitalização, veja a videoaula a seguir:



[https://www.youtube.com/watch?v=Cik\\_dw7R\\_rE](https://www.youtube.com/watch?v=Cik_dw7R_rE)

Veja um exemplo com o uso de juros simples: Um artigo de preço à vista igual a \$700,00 pode ser adquirido com entrada de 20% mais um pagamento para 45 dias. Se o vendedor cobra juros simples de 8% ao mês, qual o valor do pagamento devido?

Resolução:



Para aprender sobre a capitalização composta, sugerimos o site a seguir, onde há conteúdo detalhado e atividades resolvidas:

<http://www.gecompany.com.br/educacional/matemática-financeira/matemática-financeira-exercícios-resolvidos-sobre-capitalização-compostas/>

Pratique! Acesse:

<https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-juros-compostos.htm>

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Taxas - Parte I

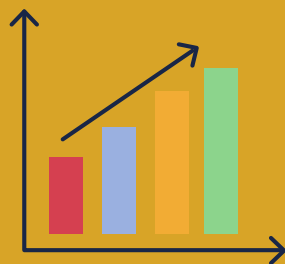
Quando no mundo financeiro vamos trabalhar com juros, é comum escutar a expressão juros reais e juros nominais (ou aparentes). Mas, afinal, o que são esses conceitos ?

As taxas aparentes, também chamadas de taxas nominais, trata-se daquelas que são efetivamente divulgadas pelo mercado.

Por exemplo, ao recebermos algum folder de publicidade sobre uma aplicação financeira, a respeito de um CDB, com prazo de aplicação de 1 ano, com rendimento de 10%, neste período, temos a taxa aparente ou nominal.



Assim sendo, as taxas reais nada mais são do que as taxas aparentes após efetuado o desconto da inflação. Para melhor compreensão, assista ao vídeo que se segue:



<https://www.youtube.com/watch?v=7GAlntmXXEg>

Em resumo: As taxas reais nada mais são do que as taxas aparentes após efetuado o desconto da inflação.

Fórmula de Fischer

$$\text{taxa real} = \left[ \frac{1 + \frac{\text{taxa aparente}}{100}}{1 + \frac{\text{inflação}}{100}} - 1 \right] \times 100$$

Atenção! Por meio da fórmula de Fisher, podemos descontar a inflação dos juros nominais, mas, também, destaca-se que poderemos utilizar essa mesma fórmula para descontar, por exemplo, uma taxa de administração de fundo de investimento ou outro valor percentual qualquer.

Vamos praticar? Aprofunde seus conhecimentos, acesse:

<https://www.gconursos.com/questoes-de-concursos/disciplinas/matematica-matematica-financeira/taxa-aparente-taxa-de-juros-reais-e-inflacao/questoes>


# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Taxas - Parte II

Taxa Nominal: Exclusiva do regime composto, fornecida num período acima do período de capitalização. Por exemplo, uma taxa de 24% a.a., com capitalização mensal. Assim, 24% a.a. é uma taxa nominal, pois o rendimento dessa capitalização é mensal.

Taxa proporcional: É a transformação da taxa normal para o período de capitalização. Como o exemplo acima, temos 24% a.a., com capitalização mensal. Assim, a taxa efetiva proporcional é de 2% a.m. (24/12)

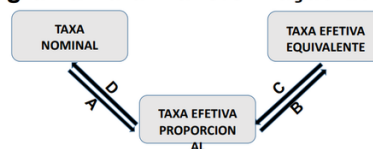
Taxa Efetiva Equivalente: São taxas que produzem montante igual, quando aplicadas a um mesmo capital, em um período de tempo de mesma duração. Veja no vídeo a seguir exemplos dessas taxas:



<https://www.youtube.com/watch?v=GNqufNTNVAw&list=PLOLT-goCnAIHz02kPSMFjYE5Lgbj78Wqm>



### Fluxograma Para Transformação de Taxas



A: Transformação normal do tempo

$$B: i_{ee} = (1 + i_{ep})^n - 1$$

$$C: i_{ep} = \sqrt[n]{1 + i_{ee}} - 1$$

D: Transformação normal do tempo

## Vamos praticar?

<https://www.mapadaprova.com.br/questoes/de/racioc--logico-e-matematico/matematica-financeira/taxas-de-juros--nominal--efetiva--equivalentes--real-e-aparente>

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Taxa III

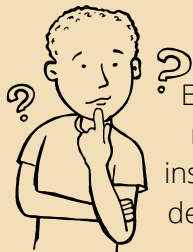
### Taxa Básica Financeira

A Taxa Básica Financeira (TBF) é um indexador utilizado no sistema financeiro do país – ou seja, uma taxa utilizada para reajustar o valor de algumas aplicações financeiras.

A TBF é aplicada como base para o cálculo da Taxa Referencial, influenciando o **FGTS**, os títulos públicos, a poupança, entre outras aplicações.



Criada em 1995 pelo Conselho Monetário Nacional, a TBF tem uma natureza diferente dos outros indexadores utilizados na economia brasileira – como o **IPCA** e o **IGPM**, por exemplo. Enquanto estes representam a variação nos preços de produtos, serviços e outros fatores ligados à inflação, a TBF é baseada no custo médio das operações financeiras realizadas no mercado.



### Como a TBF é calculada?

Ela será baseada nos títulos pré-fixados do tesouro nacional (**LTNs**). Apenas os títulos das 30 maiores instituições financeiras do país são considerados para definir a TBF. Desse grupo, o banco com maior e com menor taxa média são desprezados do cálculo.

A TBF é a taxa que corrige “indiretamente” as aplicações indexadas pela **TR**, como:

Caderneta de poupança; Títulos de Capitalização;  
Títulos públicos; Remuneração do Fundo Garantidor de Tempo de Serviço – FGTS;  
Financiamento imobiliário;  
Demais contratos financeiros com indexação.



<https://www.youtube.com/watch?v=Sh9S58AUeIU>

Quantas siglas há em finanças!!!  
Que tal organizar tudo em um minidicionário, com todas as siglas vistas nos vídeos e nos demais materiais?  
Essa é sua atividade de casa!

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Descontos

O conceito de desconto é o antônimo de juro. Enquanto o juro é dado para estender o prazo para pagamento, o desconto é dado por antecipação desse prazo. Os descontos podem ser dados em diversas movimentações financeiras, como Nota Promissória, Duplicata, Letra de Câmbio e outras... Sempre que se antecipa um pagamento dessas contas citadas.

Os descontos podem ser condicionais e incondicionais. Veja no vídeo abaixo o conceito de cada um deles e exemplos resolvidos, que são do nosso cotidiano.



<https://www.youtube.com/watch?v=nyqUfhpnzA>

### Atenção aos conceitos a seguir:

O valor nominal (ou futuro) de um compromisso é quanto ele vale na data de vencimento, enquanto valor descontado (ou atual). É o valor que ele adquire numa data que antecede o seu vencimento. O intervalo de tempo entre a data em que o título é negociado e a data de vencimento dele é o prazo de antecipação.

- FV: Valor Nominal ou Futuro;
  - PV: Valor Descontado ou Atual;
  - n: Prazo de Antecipação.
- Desconto pode ser definido como:
- $$D = FV - PV$$

Existem outros termos usados no estudo do Desconto: Desconto Racional ("Por Dentro"); Desconto Comercial ("Por Fora"); Desconto comercial Bancário e de Capitalização composta...e outras...

Sob a orientação do seu professor, faça uma pesquisa virtual sobre a diferença de preços de um determinado produto, à vista e a prazo, e a variação do prazo e a forma de pagamento. De que forma o seu dinheiro rende mais?



# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Renda

Renda é todo valor utilizado sucessivamente para compor um capital ou pagar uma dívida. O objetivo de constituir um capital em uma data futura leva ao processo de capitalização. Caso contrário, quando queremos pagar uma dívida, temos um processo de amortização. Pode ocorrer também o caso em que tenhamos realizado o pagamento pelo uso, sem que tenhamos amortização: é o caso dos aluguéis.

Existem vários tipos de renda:

Fixa, Aleatórias ou Probabilísticas, Certas ou Determinísticas...  
Como exemplo, conheça a diferença entre Renda fixa e variável:



<https://www.youtube.com/watch?v=r4NL1u0P1p0>

**Fique atento:** A renda da economia é a soma das rendas associadas a todos os bens e serviços gerados em determinado ano. E, contabilmente, o valor da produção total da economia (o PIB) é igual a essa renda agregada.

Para que haja produção (e faça parte do PIB), uma empresa precisa empregar insumos ou fatores de produção:

trabalhadores, máquinas, equipamentos, terra, construção, capital de giro, etc. Além disso, o empresário ou os acionistas da empresa são também remunerados com o lucro. A renda é a soma das remunerações desses diversos fatores de produção (salários, lucros, juros e aluguéis).



Orientado pelo seu professor da eletiva, pesquise quais as principais formas de empregabilidade e de ganho financeiro na sua cidade: Comércio? Prestação de bens e serviços? Fábricas? Estude sobre a sua região e construa um gráfico a partir dos dados da pesquisa. Mãos à obra!

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## O que é PMT em matemática financeira?

PMT são pagamentos de mesmo valor, de forma recorrente.

Podem aparecer em diferentes fórmulas utilizadas justamente para ter uma compreensão mais próxima da realidade financeira e fazer projeções a partir dela.

Importante destacar que o PMT não se refere apenas a pagamentos efetuados, mas também recebidos. Contudo, em ambos, a característica principal está na repetição, especialmente mensal, mas também anual. Por isso, também são tratados como valor da parcela.

Assista a um exemplo de cálculo de PMT:



<https://www.youtube.com/watch?v=iokq375m5WQ>



São exemplos de pagamentos de mesmo valor:

- Prestação fixa de empréstimo ou financiamento
- Parcela fixa de compra junto a um fornecedor
- Parcela fixa de recebimento de um cliente.

Podemos ainda citar um exemplo.

Pense em uma venda no valor de R\$ 2.000,00, que você parcelou no boleto bancário em quatro vezes fixas, sempre com vencimento no dia 25.

Dessa forma, pelos próximos quatro meses, R\$ 500,00 devem entrar no seu caixa sempre no dia 25.

Esse valor é um PMT.



## Vamos praticar

Com a orientação do professor desta UCE, pesquise e reconheça, no seu cotidiano, outras PMT.

# MATEMÁTICA FINANCEIRA

## Razão e Proporção

A razão é utilizada na comparação de duas grandezas (A e B).

Seu cálculo consiste na divisão de uma pela outra.

Um exemplo bastante prático do dia a dia é o da velocidade com a qual nos deslocamos de casa para o trabalho.

Se você imprime uma velocidade média de 40 km/h, saiba que esse valor é a razão de duas grandezas: distância (A) e tempo (B). Ele é obtido da divisão entre elas. Ou seja: você percorreu 10 quilômetros em 0,25 horas (15 minutos).

Já a proporção corresponde à igualdade ou equivalência de razões. Seguindo no exemplo anterior, podemos dizer que a velocidade média de 40 km/h (que representa a razão) é a mesma de quem percorre 20 quilômetros em 0,5 horas.

Veja o exemplo: Abaixo, você confere duas razões que se equivalem e precisa descobrir o valor de **X** na proporção:

$$2 / 7 = 12 / X$$

Solução:

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} &= \frac{12}{X} \\ 2X &= 12 \cdot 7 \\ X &= \frac{84}{2} \\ X &= 42 \end{aligned}$$



Nesta videoaula sobre razão e proporção, vamos conhecer um pouco mais do que você precisa saber para conseguir resolver cálculos que envolvam esses conceitos.



<https://www.youtube.com/watch?v=HbfAnZQfXXY>

Vamos praticar? De acordo com a orientação do seu professor, realize as atividades no link a seguir.

<https://www.todamateria.com.br/razao-e-proporcao-exercicios/>